1) Fractions

Vocabulaire et existence	Egalité de fractions	Addition et soustraction	Multiplication et division
■ Si $b \neq 0$, alors la fraction $\frac{a}{b}$ existe. ■ a est le **numérateur** de la fraction, b est son **dénominateur**. ■ Si a et b sont **premiers entre eux**, alors la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible.	Pour **simplifier** une fraction, on doit avoir un facteur commun au numérateur et au dénominateur. On utilise la propriété : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$	■ **Fractions de mêmes dénominateurs** $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$ ■ **Fractions de dénominateurs différents** On réduit au même dénominateur **:** $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$	■ **Multiplier deux fractions** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ■ **Diviser** par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse : $\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b} \times \frac{1}{c}$ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemple 1 :
Dans la fraction $\frac{3}{x-1}$, le dénominateur est $x - 1$. Cette fraction existe pour tous les réels x tels que $x - 1 \neq 0$. Or : $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$, donc la fraction existe pour tous les x différents de 1.

Exemple 2 :
La fraction $\frac{3+5\times 5}{3\times 2}$ ne peut pas se simplifier par 3 car 3 n'est pas en facteur au numérateur : cette fraction est égale à $\frac{28}{6}$.
On peut maintenant simplifier cette fraction puisque : $\frac{28}{6} = \frac{14\times 2}{3\times 2} = \frac{14}{3}$.

Exemple 3 :
$\frac{1}{x} + 4 = \frac{1+4\times x}{x} = \frac{1+4x}{x}$, pour tout x non nul.

Exemple 4 :
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$
On simplifie le résultat lorsque c'est possible.

2) Puissances entières

Définition	Puissance d'un produit ou d'un quotient	Produit et quotient de puissances	Puissance d'une puissance
■ Pour n entier naturel non nul et a réel : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux}}$ ■ Pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	Pour n un entier relatif et a et b deux réels non nuls : ■ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ■ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	Pour n un entier relatif et a un réel non nul : ■ $a^n \times a^p = a^{n+p}$ ■ $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	Pour n et p deux entiers relatifs et a un réel non nul : $(a^n)^p = a^{np}$

Exemple 1 : Puissances de 10
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,;\ 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$$
Exemple 2 : Puissances de 1
Quel que soit l'entier naturel n, $1^n = 1^{-n} = 1$.

Exemple 3 : Calculs et simplifications
$$x^2 \times x^3 = x^5\ ;\ (x^2)^3 = x^6\ ;\ (3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$$

Exemple 4 : $-3^2 = -9$ et $(-3)^2 = 9$. On voit qu'il ne faut pas confondre -3^2 et $(-3)^2$.

3) Racines carrées

Définition et existence	Produit	Quotient	Somme
Pour a positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est égal à a. $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$	■ Pour a et b positifs : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ■ Pour a positif : $\sqrt{a^2} = a$ ■ Pour a négatif : $\sqrt{a^2} = -a$	Pour a et b positifs et b non nul $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	Pour a et b strictement positifs $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Exemple 1 : $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$; $\sqrt{100} = 10$.

Exemple 2 : $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$.

Exemple 3 : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$; $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$.
Il ne faut pas confondre $\sqrt{9+16}$ avec $\sqrt{9} + \sqrt{16}$.

Exemple 4 :

$$S = \sqrt{48} + \sqrt{75} = \sqrt{16 \times 3} + \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} + \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

4) Calcul littéral

Distributivité	Identités remarquables		
	Carré d'une somme	**Carré d'une différence**	**Différence de deux carrés**
$k(a+b) = ka + kb$ produit somme	$(a+b)^2$ $= a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2$ $= a^2 - 2ab + b^2$	$a^2 - b^2$ $= (a-b)(a+b)$

■ Une expression algébrique peut être écrite sous la forme d'une somme : $a + b$, d'un produit : $a \times b$, d'un carré a^2 ou d'un quotient : $\dfrac{a}{b}$

Exemple 1 : L'expression $x^2 + 3$ est une somme de deux termes.

■ Certaines expressions algébriques peuvent être transformées en **développant**, **factorisant** ou en réduisant au même dénominateur.

Exemple 2 : L'expression $4x^2 - 5x$ est une différence de deux termes ; dans chacun de ces termes, le facteur x apparaît ; c'est un facteur commun, on peut donc **factoriser par x :**
$4x^2 - 5x = 4x \times x - 5x = x(4x - 5)$.

■ Pour développer ou factoriser, on utilise la distributivité (simple ou double), les identités remarquables...

Exemple 3 : L'expression $25 - 9x^2 = 5^2 - (3x)^2$; elle est donc de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 5$ et $b = 3x$; on peut alors la **factoriser** et on obtient $(5 - 3x)(5 + 3x)$.

Exemple 4 : L'expression $4 + \frac{1}{x+1}$ est une somme de deux termes dont l'un des termes est un quotient. Cette expression peut s'écrire sous la forme d'un quotient en réduisant au même dénominateur $x + 1$. On obtient : $\frac{4(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{4x+4+1}{x+1} = \frac{4x+5}{x+1}$.

LE CALCUL LITTERAL SERT A RESOUDRE DES EQUATIONS !! (entre autres...)

■ L'équation $ax + b = 0$ avec a un réel non nul, admet une unique solution : $x = -\frac{b}{a}$.

■ L'équation $A(x) \times B(x) = 0$, appelée équation produit, est équivalente à $A(x) = 0$ ou $B(x) = 0$.
Exemple :

→ $(2x+3)(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3 = 0$ ou $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -3$ ou $x^2 = -1$
La seconde égalité est impossible, il reste donc à résoudre : $2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$. Cette équation admet une unique solution.

→ $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x + 2 = 0$ c.a.d $x = -2$
Cette équation admet deux solutions.

■ L'équation $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$ équivaut à $A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$.

■ L'équation $x^2 = a$, avec a réel strictement positif, admet deux solutions : $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$.
Exemple : $x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = -\sqrt{5}$ ou $x = \sqrt{5}$.

■ L'équation $x^2 = a$, avec a réel strictement négatif, n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$.

5) Inégalités et intervalles

Règles sur les inégalités	Intervalles
■ Pour tout réel c, $a < b$ équivaut à $a + c < b + c$. ■ Pour tout réel c **strictement positif**, $a < b$ équivaut à $a \times c < b \times c$. ■ Pour tout réel c **strictement négatif**, $a < b$ équivaut à $a \times c > b \times c$.	■ L'intervalle $[a; b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$. ■ L'intervalle $]a; b[$ est l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$. ■ L'amplitude des deux intervalles $[a; b]$ et $]a; b[$ est $b - a$. ■ L'intervalle $[a; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq a$. ■ L'intervalle $]-\infty; a[$ est l'ensemble des réels x tels que $x < a$.

Exemple 1 : $a < b \Leftrightarrow a - 2 < b - 2$ car on a ajouté le même nombre -2 aux deux membres de l'inégalité.

Exemple 2 : $a < b \Leftrightarrow -2a > -2b$ car **lorsqu'on multiplie** les deux membres de l'inégalité par le **nombre négatif** -2, on **change le sens de l'inégalité**.

Exemple 3 : $4x < 8 \Leftrightarrow x < 2$ car on a divisé les deux membres de l'inégalité par le nombre positif 4. L'ensemble des réels x tels que $4x < 8$ est donc l'intervalle $]-\infty; 2[$.

Exemple 4 : $-3x \leq 6 \Leftrightarrow x \geq -2$ car **lorsqu'on divise** les deux membres de l'inégalité par le **nombre négatif** -3, on **change le sens de l'inégalité.**
L'ensemble des réels x tels que $-3x \leq 6$ est donc l'intervalle $[2; +\infty[$.

ON PEUT AINSI DETERMINER LE SIGNE D'UNE EXPRESSION SUR UN INTERVALLE.

Pour trouver le signe d'une expression, on commence par reconnaître la forme de cette expression, puis on applique la règle adaptée après transformation de la forme initiale si besoin. On peut donner le résultat dans un tableau de signes.

■ Si une expression se présente sous la forme d'une somme de termes tous positifs, alors cette somme est positive.

Exemple 1 : $x^2 + 5$ est une somme de deux termes positifs donc $x^2 + 5$ est positif pour tout réel x.

■ Si une expression est de la forme $ax + b$ (on reconnaît une fonction affine...), on recherche la valeur x_0 qui annule $ax + b$, puis on observe le signe du coefficient a.

Si $a < 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

Si $a > 0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$ax+b$		$-$	0	$+$	

Exemple 2 : $-5x + 3$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -5$ et $b = 3$. $-5x + 3 = 0$ pour $x = 0{,}6$. Puisque $a = -5 < 0$, on obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$-5x+3$		$+$	$0{,}6$	$-$	

■ Si une expression est un produit, on recherche le signe de chacun des facteurs de ce produit et on applique la règle de signes d'un produit.

Exemple 3 : $-5x^2 + 3x$ se factorise sous la forme $x(-5x + 3)$. On construit le tableau de signes donnant à la fois le signe de x, le signe de $-5x + 3$ et celui de $x(-5x + 3)$. On note sur la première ligne du tableau les valeurs qui annulent chacun des facteurs.

x	$-\infty$		0		$0{,}6$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$-5x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$x(-5x+3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

■ Si une expression est un quotient, on commence par rechercher les valeurs interdites, c.a.d les valeurs qui annulent le dénominateur, puis on détermine le signe du numérateur et du dénominateur. Dans le tableau de signes, on place une double barre à la verticale des valeurs interdites.

Exemple 4 : $\dfrac{x}{-5x+3}$ a le même tableau de signes que $x(-5x + 3)$ mais on indique par une double barre que l'expression n'existe pas pour $x = 0{,}6$.

x	$-\infty$		0		$0{,}6$		$+\infty$
$\dfrac{x}{-5x+3}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

6) Généralités sur les fonctions

Courbe représentative	Sens de variation	Résolutions graphiques
La courbe représentative d'une fonction f dans un repère est l'ensemble des points M de coordonnées $(x; f(x))$ où x appartient à l'ensemble de définition de f.	■ f est croissante sur l'intervalle I lorsque, pour tout a et b de I, si $a \leq b$ alors $f(a) \leq f(b)$. ■ f est décroissante sur l'intervalle I lorsque, pour tout a et b de I, si $a \leq b$ alors $f(a) \geq f(b)$.	Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f. Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection éventuels de la courbe $\mathcal{C}$ et de la droite d'équation $y = k$.

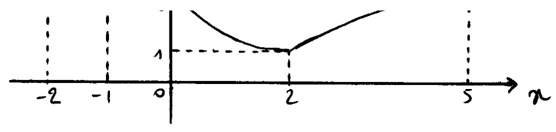
■ La relation $y = f(x)$ caractérise les points de la représentation graphique de f : cette relation est l'**équation** de la courbe représentative de f.

Exemple 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$.
- L'**image** de 4 par f est $f(4)$: en remplaçant x par 4 dans l'expression $f(x)$ on obtient $f(4) = -2 \times 4 + 3 = -8 + 3 = -5$.
- Puisque $f(4) = -5$, le point de coordonnées $(4; -5)$ appartient à la représentation graphique de f.
- Il existe un seul réel x tel que $f(x) = -5$ puisque l'équation $-2x + 3 = -5$ admet pour seule solution 4 : 4 est l'**antécédent** de -5 par la fonction f.
- Le point de coordonnées $(x; 8)$ appartient à la représentation graphique de f si et seulement si ses coordonnées vérifient $f(x) = 8$.

Or : $-2x + 3 = 8 \Leftrightarrow -2x = 5 \Leftrightarrow x = -2{,}5$. Le point de coordonnées $(-2{,}5; 8)$ appartient donc à la représentation graphique de f.

■ Les solutions de l'inéquation $f(x) < k$ sont les abscisses des points de la courbe représentative $\mathcal{C}$ situés en-dessous de la droite d'équation $y = k$.

Exemple 2 :

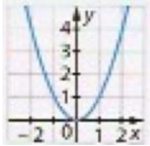
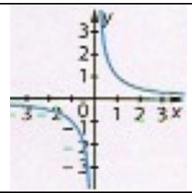


-2	-1	2	5
	4		3

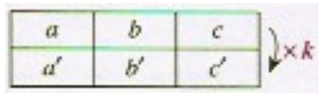
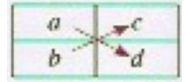
- L'équation $f(x) = 3$ admet trois solutions : -2 ; 0 ; 5.
- L'inéquation $f(x) < 3$ admet pour ensemble de solutions $]0; 5[$
- L'inéquation $f(x) \geq 3$ admet pour ensemble de solutions $[-2; 0]$

• La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-2;-1]$ en passant de 3 à 4, décroissante sur l'intervalle $[-1;2]$ en passant de 4 à 1 puis croissante sur l'intervalle $[2;5]$ en passant de 1 à 3.

7) Fonctions de référence

Fonction carrée	**Fonction inverse**
■ La fonction carrée est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. 	■ La fonction inverse est la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. 
■ **Sens de variation :** la fonction carrée est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$. ■ S a représentation graphique est une **parabole** symétrique par rapport à l'axe des ordonnées et admettant comme sommet l'origine du repère.	■ **Sens de variation :** la fonction inverse est décroissante sur $]-\infty;0[$ et croissante sur $]0;+\infty[$. ■ Sa représentation graphique est une **hyperbole** symétrique par rapport à l'origine du repère.
Fonction affine	**Fonction racine carré**
■ Une fonction **affine** est définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme $f(x) = ax + b$. Si $b = 0$, alors f est une fonction **linéaire**. ■ **Sens de variation** Si $a > 0$, alors la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$. Si $a < 0$, alors la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$. Si $a = 0$, alors la fonction f est constante sur $\mathbb{R}$. ■ La représentation graphique d'une fonction affine est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.	■ La fonction racine carré est définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$. ■ **Sens de variation** : la fonction carrée est croissante sur $[0;+\infty[$. ■ Sa représentation graphique est symétrique par rapport à la droite d'équation $y = x$ de la représentation graphique de la fonction carré sur $[0;+\infty[$.

8) Proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs prises par l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs prises par l'autre par un même nombre non nul	Un tableau de proportionnalité est tel que les nombres d'une ligne s'obtiennent en multipliant ceux de l'autre ligne par un même nombre non nul k.  k est appelé le coefficient de proportionnalité.	 Si le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité, alors on peut calculer l'un des nombres à partir des trois autres grâce à l'égalité : $a \times d = b \times c$. Par exemple, si on connaît a, b et c avec $a \neq 0$, on peut trouver d : $d = \frac{b \times c}{a}$.

9) Pourcentages

Ecrire un nombre sous la forme d'un pourcentage, c'est l'écrire sous la forme d'une fraction de dénominateur 100.	Soit p un nombre positif. Calculer p% d'un nombre N, c'est multiplier ce nombre N par $\frac{p}{100}$.	Soit p un nombre positif. ■ Augmenter de p% une quantité, c'est multiplier cette quantité par le nombre $1 + \frac{p}{100}$. ■ Diminuer de p% une quantité, c'est multiplier cette quantité par le nombre $1 - \frac{p}{100}$.

Exemple 1 : Dans une classe de 24 élèves, 3 sont gauchers. La proportion de gauchers est égale à $\frac{3}{24}$. Or $\frac{3}{24} = 0{,}125$ et $0{,}125 \times 100 = 12{,}5$: il y a donc 12,5% de gauchers dans la classe.

Exemple 2 : Si dans cette même classe 62,5% des élèves sont des filles alors le nombre de filles est égal à $24 \times \frac{62{,}5}{100} = 15$ c.a.d 15 filles.

Exemple 3 : Un amateur de BD a acheté 6 albums d'une collection. Cet achat représente 37,5% des BD de la collection. On calcule le nombre total n d'albums de la collection en résolvant : $\frac{6}{n} = \frac{37{,}5}{100}$ donc $n = \frac{6 \times 100}{37{,}5} = 16$.

10) Statistiques

Effectif cumulé – Fréquence	Médiane	Quartiles
▪ L'effectif cumulé croissant de la valeur x_i est la somme des effectifs de toutes les valeurs inférieures ou égales à x_i. ▪ La fréquence d'une valeur est le quotient de l'effectif n_i de cette valeur par l'effectif total n.	▪ La **médiane** partage la série ordonnée dans l'ordre croissant en deux parties de même effectif. Si **l'effectif total de la série est impair**, la médiane est la valeur centrale. Si **l'effectif total de la série est pair**, la médiane est la demi-somme des deux valeurs centrales.	▪ Le **premier quartile** Q_1 d'une série statistique ordonnée est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des données soient inférieures ou égales à ce nombre Q_1. ▪ Le **troisième quartile** Q_3 d'une série statistique ordonnée est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des données soient inférieures ou égales à ce nombre Q_3.

Exemple 1 : Le tableau ci-dessous donne les notes d'une classe :

Notes	3	5	7	8	10	11	13	15	17
Effectif	2	1	4	4	4	5	4	3	3

▪ L'effectif total est $N = 30$ et l'effectif de la valeur 7 est 4.

▪ La fréquence de la valeur 7 est égale à $\dfrac{4}{30} = \dfrac{2}{15} \cong 0{,}13$.

▪ La moyenne de cette série est 10,6.

On peut obtenir ce résultat avec la calculatrice en mode Statistique ou en appliquant la formule de la moyenne pondérée par les effectifs ou par les fréquences :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_px_p}{N} = \frac{n_1}{N} \times x_1 + \cdots + \frac{n_p}{N} \times x_p$$
$$= f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_px_p$$

$$\overline{x} = \frac{3 \times 2 + 5 \times 1 + 7 \times 4 + 9 \times 4 + 10 \times 4 + 11 \times 5 + 13 \times 4 + 15 \times 3 + 17 \times 3}{30}$$
$$= \frac{318}{30} = 10{,}6$$

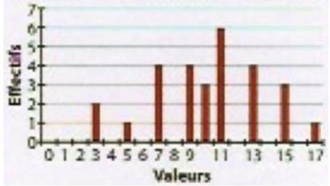
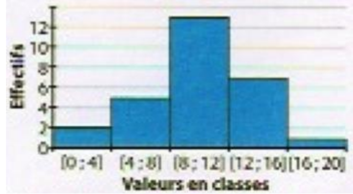
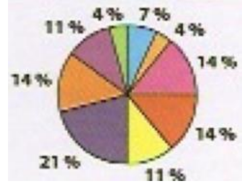
Exemple 2 : On peut compléter le tableau précédent avec les effectifs cumulés croissants :

Notes	3	5	7	8	10	11	13	15	17
Effectif	2	1	4	4	4	5	4	3	3
ECC	2	3	7	11	15	20	24	27	30

▪ L'effectif total est $N = 30$: il est pair donc la médiane est la demi-somme de la 15ᵉ valeur (10) et de la 16ᵉ valeur (11). On a donc $Me = 10{,}5$.

▪ $\dfrac{N}{4} = 7{,}5$ donc le premier quartile Q_1 est la 8ᵉ valeur de la série soit 9.

▪ $\dfrac{3N}{4} = 22{,}5$ donc le troisième quartile Q_3 est la 23ᵉ valeur de la série soit 13.

Diagramme en bâtons	Histogramme	Diagramme circulaire
 Les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs des catégories représentées.	 Lorsque les classes on la même amplitude, chaque rectangle a une hauteur proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence de ces classes.	 Les mesures des angles sont proportionnelles aux fréquences des catégories représentées.

11) Echantillonnage et intervalle de fluctuation d'une fréquence à 95%

▪ La **distribution des fréquences** associée à un échantillon est la liste des fréquences des issues de cet échantillon. ▪ Soient plusieurs échantillons de même taille d'une expérience aléatoire. La distribution des fréquences varie d'un échantillon à l'autre : c'est la **fluctuation d'échantillonnage**.	Soit un caractère dont la proportion dans la population donnée est p. Lorsque $n \geq 25$ et $0{,}2 \leq p \leq 0{,}8$, il y a environ 95% des échantillons de taille n issus de cette population qui sont tels que la fréquence f du caractère dans l'échantillon appartient à un intervalle de la forme $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$	Soit un caractère dont la proportion dans la population donnée est p. L'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ est **l'intervalle de fluctuation de la fréquence au seuil de 95%** pour un échantillon de taille n.

Exemple : Une caisse contient 100 cubes : 40 verts et 60 bleus.

• La proportion de cubes verts est $p = 0{,}4$.

• On s'intéresse à des échantillons de taille $n = 25$ obtenus en effectuant 25 tirages successifs au hasard et avec remise d'un cube de cette caisse.

L'intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence du caractère « le cube est vert » est égal à

$$\left[0{,}4 - \frac{1}{\sqrt{25}} ; 0{,}4 + \frac{1}{\sqrt{25}}\right] = [0{,}2 ; 0{,}6]$$

Cela signifie qu'il y a environ 95% des échantillons de taille 25 pour lesquels la fréquence du caractère « le cube est vert » appartient à cet intervalle.

12) Probabilités

■ La probabilité P d'un événement A est la somme des probabilités des issues qui le réalisent. Elle est notée $P(A)$. ■ $0 \leq P(A) \leq 1$	■ Pour deux événements A et B : $P(A \cup B) + P(A \cap B)$ $= P(A) + P(B)$ ■ Pour deux événements contraires A et $\overline{A}$: $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$	Sous l'hypothèse d'équiprobabilité : $P(A)$ $= \dfrac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre total d'issues}}$

Exemple : On lance un dé bien équilibré et on appelle :
- A l'événement : « obtenir la face 1 »
- B l'événement : « obtenir un nombre pair »
- C l'événement : « obtenir un multiple de 3 »

■ Le dé étant bien équilibré, on est dans une situation **d'équiprobabilité** donc :
$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues de } A}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{1}{6}\ ;\ P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\ \ ;\ \ P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

■ L' événement D : « obtenir une face de numéro au moins égal à 2 » est **l'événement contraire de** A ainsi $D = \overline{A}$ donc $P(D) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

■ Les événements B et C on une seule issue en commun, la valeur 6, donc $P(B \cap C) = \frac{1}{6}$

■ $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

13) Travail dans un repère

Coordonnées d'un point	Coordonnées du milieu d'un segment	Distance entre deux points
Dans un repère (O, I, J), tout point M du plan est repéré par un couple de deux nombres $(x; y)$ ses **coordonnées**. x est l'**abscisse** du point. y est l'**ordonnée** du point.	Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. Les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$	Dans un repère (O, I, J) orthonormé : AB $= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple : Soient les points $A(3; 2)$ et $B(7; 4)$, alors le milieu I du segment $[AB]$ a pour coordonnées :
$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5 \ \text{ et } \ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$
c.a.d I a pour coordonnées $(5; 3)$.
Si le repère est orthonormé, la distance AB est égale à :
$$AB = \sqrt{(7 - 3)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20}$$

14) Droites dans le plan

Equation d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées	**Equation de droites particulières**	**Coefficient directeur d'une droite non parallèle à l'axe des ordonnées**
$y = ax + b$ a est le **coefficient directeur** de la droite b est **l'ordonnée à l'origine**	■ Axe des abscisses : $y = 0$ ■ Axe des ordonnées : $x = 0$ ■ Droite parallèle à l'axe des abscisses : $y = k$, où k réel ■ Droite parallèle à l'axe des ordonnées : $x = c$, où c réel	Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan avec $x_A \neq x_B$. Le coefficient directeur de la droite (AB) est : $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple 1 : Soient les points $A(2; -1)$ et $B(3; 4)$. Le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à :
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - (-1)}{3 - 2} = \frac{4 + 1}{1} = 5$$
Une équation de la droite (AB) est donc de la forme : $y = 5x + b$.
Le point $A(2; -1)$ appartient à la droite (AB) donc ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite c.a.d : $-1 = 5 \times 2 + b \ \Leftrightarrow \ b = -1 - 10 = -11$.
La droite (AB) admet donc une équation de la forme : $y = 5x - 11$.

Remarque : On obtient la même équation en utilisant les coordonnées du point B.

Exemple 2 : On peut déterminer une équation de droite connaissant son coefficient directeur et les coordonnées d'un de ses points.
La droite (d) est de coefficient directeur 3 et elle passe par le point $C(-2; 7)$. Elle a donc une équation de la forme : $y = 3x + b$.
Le point $C(-2; 7)$ appartient à la droite (d) donc ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite c.a.d : $7 = 3 \times (-2) + b \ \Leftrightarrow \ b = 7 - (-6) = 13$.
La droite (d) admet donc une équation de la forme : $y = 3x + 13$.

15) Vecteurs du plan

Rappels

- Un vecteur admet une infinité de représentants
- Etant donné un vecteur $\vec{u}$ et un point de l'espace A, il existe un point unique M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme
- Pour tout points A, B et C : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles)
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme (règle du parallélogramme)
- $I = milieu[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ si et seulement si $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Produit d'un vecteur par un réel
Définition : Soit $\vec{u}$ un vecteur et k un réel
Si $k \neq 0$ et $\vec{u} \neq \vec{0}$ alors le vecteur $k\vec{u}$ à la même direction que $\vec{u}$,
Le même sens si $k > 0$ le sens contraire si $k < 0$
$\|k\vec{u}\| = k\overrightarrow{\|u\|}$ si $k > 0$ et $\|k\vec{u}\| = -k\overrightarrow{\|u\|}$ si $k < 0$
$0\vec{u} = \vec{0}$ et $k\vec{0} = \vec{0}$

Propriétés : $k(k'\vec{u}) = kk'\vec{u}$; $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$; $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$

Vecteurs colinéaires
2 vecteurs du plan sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$ ou $\vec{v} = k\vec{u}$.
$\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur

Remarques : 2 vecteurs colinéaires ont la même direction, le même sens si si $k > 0$ et le sens contraire si $k < 0$.

Propriétés : A, B et C sont 3 points alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
(AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Coordonnées d'un vecteur dans un repère $(\boldsymbol{O}, \vec{\boldsymbol{\imath}}, \vec{\boldsymbol{\jmath}})$:
Soient les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
Norme d'un vecteur : $\overrightarrow{\|AB\|} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
Déterminant de deux vecteurs :
$\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ deux vecteurs du plan
$Det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - cd$

Vecteurs colinéaires
2 vecteurs du plan sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul

Equation cartésienne d'une droite
(Δ) droite du plan passant par $A(x_A, y_A)$ de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ est l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires si et seulement si $Det\left(\overrightarrow{AM}, u\right) = \begin{vmatrix} x - x_A & b \\ y - y_A & a \end{vmatrix} = 0$ si et seulement si $ax - by + (by_A - ax_A) = 0$

Toute droite du plan admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$ avec a, b et c réels non tous nuls.